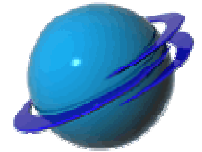


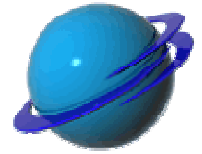
# BAB I. SISTEM BILANGAN REAL



INSTITUT TEKNOLOGI  
TELKOM

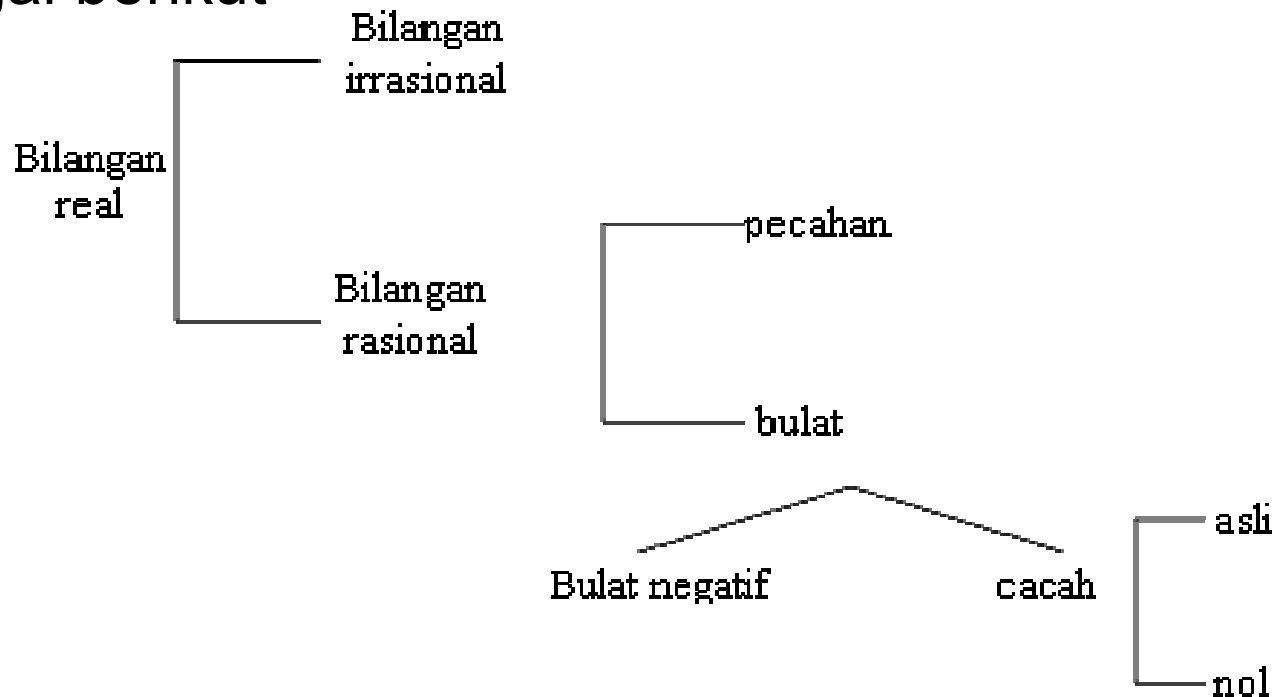
- Skema bilangan real
- Sifat urutan bilangan real
- Interval
- Pertidaksamaan real
- Pertidaksamaan mutlak

# Skema bilangan real

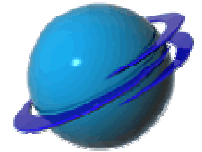


Bilangan real dan sifat –sifatnya memegang peranan yang sangat penting dalam kalkulus

Skema dari komponen bilangan real dapat digambarkan sebagai berikut



# Sifat urutan bilangan real



INSTITUT TEKNOLOGI  
TELKOM

## 1. Trikotomi

Bila  $x$  dan  $y$  adalah suatu bilangan, maka pasti berlaku salah satu dari tiga berikut, yaitu  $x < y$ , atau  $x > y$ , atau  $x = y$

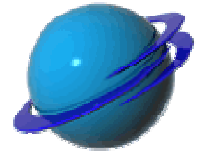
## 2. Ketransitifan

Bila  $x$ ,  $y$  dan  $z$  suatu bilangan dan berlaku  $x < y$  dan  $y < z$  maka  $x < z$

## 3. Perkalian

Bila  $z$  bilangan positif dan  $x < y$ , maka  $xz < yz$ , sedangkan bila  $z$  bilangan negatif, maka  $xz > yz$

# Interval



INSTITUT TEKNOLOGI  
TELKOM

Misal dua bilangan  $a$  dan  $b$  serta berlaku sifat urutan  $a < b$ , digambarkan pada garis bilangan berikut

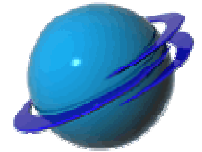


Interval yaitu suatu himpunan bagian dari bilangan real yang memenuhi pertidaksamaan tertentu.

Definisi interval dan notasinya :

Definisi	Notasi	Definisi	Notasi
$\{ x \mid x < a \}$	$(-\infty, a)$	$\{ x \mid a \leq x \leq b \}$	$[a, b]$
$\{ x \mid x \leq a \}$	$(-\infty, a]$	$\{ x \mid x > b \}$	$(b, +\infty)$
$\{ x \mid a < x < b \}$	$(a, b)$	$\{ x \mid x \geq b \}$	$[b, +\infty)$

# Pertidaksamaan real



INSTITUT TEKNOLOGI  
TELKOM

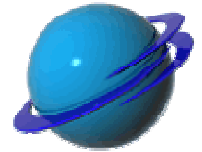
Definisi pertidaksamaan satu peubah yaitu bentuk aljabar dengan satu peubah yang dihubungkan dengan relasi urutan.

Bentuk umum : 
$$\frac{A(x)}{B(x)} < \frac{C(x)}{D(x)},$$

$A(x), B(x), C(x), D(x)$  adalah polinom-polinom

$$B(x) \neq 0, D(x) \neq 0$$

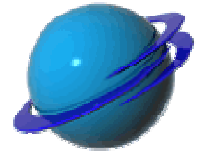
# Langkah-langkah penyelesaian



INSTITUT TEKNOLOGI  
TELKOM

1. Bentuk umum di atas diubah menjadi  $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$  dengan cara :
  - ruas kiri atau ruas kanan dinolkan
  - menyamakan penyebut dan menyederhanakan bentuk pembilangnya
2. Dicari titik –titik pemecah dari pembilang dan penyebut dengan cara menguraikan pembilang dan penyebut menjadi faktor –faktor linier dan/atau kudratik

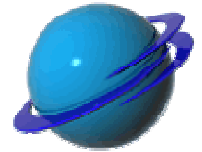
# Langkah-langkah penyelesaian



INSTITUT TEKNOLOGI  
TELKOM

3. Titik –titik pemecah tersebut digambarkan pada garis bilangan, kemudian pada setiap interval yang muncul ditentukan tanda + atau  $-$ . Jika faktornya kuadratik, pergantian interval tidak berubah tandanya, sedangkan untuk faktor linier, setiap pergantian interval tanda berubah.

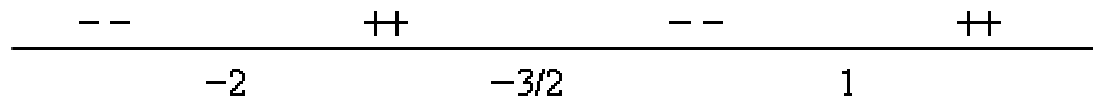
# Contoh 1



1. Tentukan himpunan penyelesaian  $\frac{6x^2 + 3x - 9}{2x + 4} \geq 0$

Titik-titik pemecah :  $x = -\frac{3}{2}, x = 1, x = -2$

Titik-titik tersebut digambarkan dalam garis bilangan dengan tanda-tandanya sebagai berikut :

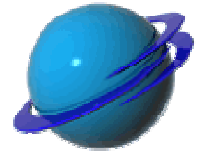


Dari garis bilangan tersebut, tanda yang sesuai dengan tanda relasi pertidaksamaannya menjadi himpunan penyelesaiannya yaitu

$$\left(-2, -\frac{3}{2}\right] \cup [1, +\infty)$$



# Latihan



Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan-pertidaksamaan berikut :

$$1. \frac{2x + 4x + 7}{x - 2} \leq 0$$

$$2. \frac{x - 9}{2x + 1} \leq 0$$

$$3. 6x - 10 \geq 5x - 16$$

$$4. 2x^2 + 7x + 3 \geq 0$$

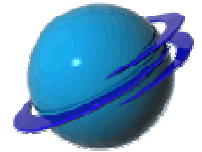
$$5. \frac{x + 2}{4 - 2x} \geq 1 - x$$

$$6. \frac{2x + 5}{x - 1} < \frac{x + 2}{x + 6}$$



# Latihan

---

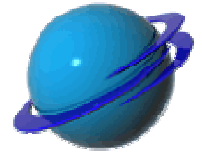


$$7. \quad x - 3 \leq 2x^2 + 4 \leq 10 \quad 8. \quad -3 < 2x + 3 < -1$$

$$9. \quad 2x - 4 \leq 6 - 7x \leq 3x + 6$$

$$10. \quad 10x^2 - 4x \geq \frac{4x}{x+1}$$

# Pertidaksamaan mutlak



Nilai mutlak  $|x|$  didefinisikan sebagai jarak  $x$  dari titik asal pada garis bilangan.

Nilai mutlak didefinisikan sebagai  $|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

Sifat-sifat nilai mutlak :

$$1. |x| = \sqrt{x^2}$$

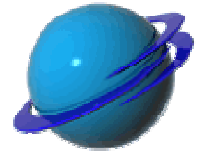
$$4. |x| \leq |y| \leftrightarrow x^2 \leq y^2$$

$$2. |x| \leq a \leftrightarrow -a \leq x \leq a$$

$$5. \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$$

$$3. |x| \geq a \leftrightarrow a \leq x \cup x \leq -a, \text{ a positif}$$

## Contoh 1



Tentukan himpunan penyelesaian  $|3x + 6| \leq 9$

Jawab :

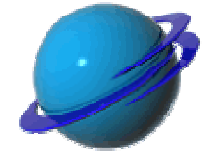
Bentuk pertidaksamaan tersebut sesuai dengan sifat kedua di atas, sehingga

$$-9 \leq 3x + 6 \leq 9$$

masing –masing ruas dikurangi dengan 6 kemudian dibagi dengan 3, diperoleh bahwa

$$-5 \leq x \leq 1$$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah  $[-5, 1]$



## Contoh 2

Tentukan hp dari  $|4x + 1| \geq |x - 2|$

Karena memenuhi sifat keempat, maka

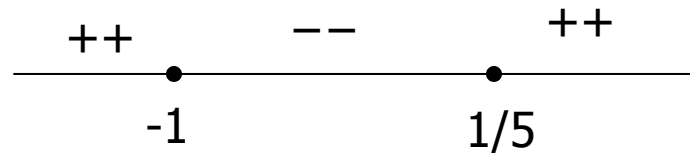
$$(4x + 1)^2 \geq (x - 2)^2$$

Setelah salah satu ruas dinolkan, diperoleh

$$(4x + 1)^2 - (x - 2)^2 \geq 0$$

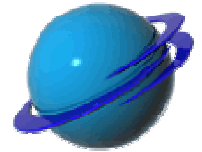
Titik-titik pemecah  $x = \frac{1}{5}$ ,  $x = -1$

Titik-titik tersebut digambarkan pada garis bilangan sebagai berikut



Jadi hpnya adalah  $(-\infty, -1] \cup \left[\frac{1}{5}, \infty\right)$

## Contoh 3



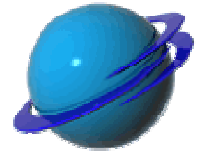
Tentukan hp dari  $3 + |x - 1| > |x + 3|$

Jawab

Dengan definisi:  $|x - 1| = \begin{cases} x - 1, & x \geq 1 \\ 1 - x, & x < 1 \end{cases}$        $|x + 3| = \begin{cases} x + 3, & x \geq -3 \\ -x - 3, & x < -3 \end{cases}$

$x < -3$	$-3 \leq x < 1$	$x \geq 1$
$3 + (1 - x) > -x - 3$ $4 > -3 \rightarrow x \in \mathbb{R}$ Hp 1: $x < -3$	$3 + (1 - x) > x + 3$ $-2x > -1 \rightarrow x < \frac{1}{2}$ Hp 2: $[-3, \frac{1}{2})$	$3 + (x - 1) > x + 3$ $2 > 3 \rightarrow x = \{\}$ Hp 3: $\{\}$

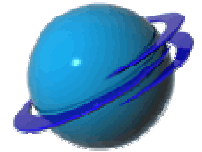
Jawaban Hp :  $\text{Hp1} \cup \text{Hp2} \cup \text{Hp3} = (-\infty, \frac{1}{2})$



Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan-pertidaksamaan mutlak berikut

- $x - 3 \leq 2x^2 + 4 \leq 10$
- $\frac{8}{|x + 1|} \geq |x + 2|$
- $2|x + 1| + x(x + 1) \leq 4$
- $2|x + 3| + |x + 1| \geq 2$
- $x < |x + 2| < 6$
- $|x - 1|^2 + 2|x - 1| \leq 2$

# Latihan



INSTITUT TEKNOLOGI  
TELKOM

$$7. \frac{|x-3|}{|x+1|} \leq 6$$

$$8. \frac{1}{|x+2|} < \frac{1}{|x+1|}$$

$$9. \frac{|x+2|}{|x-1|} \leq -2$$

$$10. \frac{|x+5|}{x-3} \leq |x-2|$$

$$11. |4x+3||x| \geq x$$